प्रश्नावली 12.1

जब तक अन्यथा न कहा जाए, $\pi = \frac{22}{7}$ लीजिए।

1. दो घनों, जिनमे प्रत्येक का आयतन 64 cm^3 है, के सलंग्न फलकों को मिलाकर एक ठोस बनाया जाता है। इससे प्राप्त घनाभ का पृष्ठीय क्षेत्रफल जात कीजिए।

हल: - प्रत्येक घन का आयतन $(a^3) = 64 \text{ cm}^3$

$$\Rightarrow a^3 = (4cm)^3$$

 \Rightarrow a = 4 cm

∴ घन की भुजा = 4 cm

परिणामी घनाभ की लंबाई = 4 cm + 4cm

परिणामी घनाभ की चौड़ाई = 4 cm

परिणामी घनाभ की ऊँचाई = 4 cm

∴ घनाभ का पृष्ठीय क्षेत्रफल = 2(lb + bh + hl)

$$= 2(8\times4 + 4\times4 + 4\times8) \text{ cm}^2$$

$$= 2(32 + 16 + 32) \text{ cm}^2$$

$$= (2 \times 80) \text{ cm}^2$$

 $= 160 \text{ cm}^2$

∴ परिणामी घनाभ का पृष्ठीय क्षेत्रफल 160 cm² है। है। Ans.

2. कोई बर्तन एक खोखले अर्धगोले के आकार का है जिसके ऊपर एक खोखला बेलन अध्यारोपित है। अर्धगोले का व्यास 14 cm है और बर्तन की कुल ऊंचाई 13 cm है। इस बर्तन का आंतरिक पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

हल: - अर्धगोले का व्यास = 14 cm

अर्धगोले की त्रिज्या (r) = 7 cm

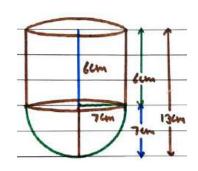
बेलन की ऊँचाई (h) = 13 - 7 = 6 cm

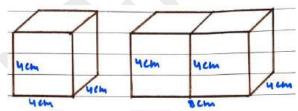
साथ ही, खोखले अर्धगोले की त्रिज्या = 7 cm

बर्तन की आंतरिक सतह क्षेत्र

= बेलनाकार भाग का CSA + अर्धगोलीय भाग का CSA

$$= (2\pi rh + 2\pi r^2) cm^2$$





=
$$2\pi r (h + r) cm^2$$

= $2 \times \frac{22}{7} \times 7 (6 + 7) cm^2$
= $2 \times 22 \times 13 cm^2$
= $572 cm^2$

ं बर्तन का आंतरिक सतह क्षेत्र 572 cm² है। Ans.

3. एक खिलौना 3.5 cm त्रिज्या वाले एक शंकु के आकार का है जो उसी त्रिज्या वाले एक अर्धगोले पर आरोपित है। इस खिलौने की कुल ऊंचाई 15.5 cm है। इस खिलौने का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। हल: - शंकु और अर्धगोले की त्रिज्या (r)= $3.5 = \frac{7}{2}$ cm

$$|^{2} = h^{2} + r^{2}$$

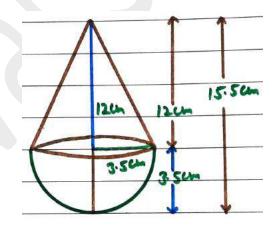
$$= (12)^{2} + (\frac{7}{2})^{2}$$

$$= 144 + \frac{49}{4}$$

$$= \frac{576 + 49}{4}$$

$$= \frac{625}{4}$$

$$\therefore | = \frac{25}{2}$$



खिलौने का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल = शंकु का CSA + अर्धगोले का CSA =
$$\pi r I + 2\pi r^2$$
 = $\pi r (I + 2r)$ = $\frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times (\frac{25}{2} + 2 \times \frac{7}{2}) \text{ cm}^2$ = $11 \times (\frac{25}{2} + 7) \text{ cm}^2$ = $11 \times (\frac{25+14}{2}) \text{ cm}^2$ = $11 \times \frac{39}{2} \text{ cm}^2$ = $11 \times 19.5 \text{ cm}^2$

ः खिलौने का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल 214.5 cm² है। Ans.

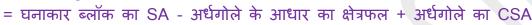
4. भुजा 7 cm वाले एक घनाकार ब्लॉक के ऊपर एक अर्धगोला रखा हुआ है। अर्धगोले का अधिकतम व्यास क्या हो सकता है? इस प्रकार बने ठोस का पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

हल: - घन की प्रत्येक भुजा = 7 cm

. अर्धगोले का अधिकतम व्यास 7 cm हो सकता है

 \therefore अर्धगोले की त्रिज्या = $\frac{7}{2}$ cm

ठोस का कुल सतह क्षेत्र



$$= 6 \times s^2 - \pi r^2 + 2\pi r^2$$

$$= 6 \times s^2 + \pi r^2$$

=
$$[6 \times 7^2] + \left[\frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2}\right]$$

$$= (6 \times 49) + \frac{77}{2}$$

$$= 332.5 \text{ cm}^2$$

∴ ठोस का पृष्ठीय क्षेत्रफल 332.5 cm² है। Ans.

5. एक घनाकार ब्लॉक के एक फलक को अंदर की ओर से काट कर एक अर्धगोलाकार गड्ढा इस प्रकार बनाया गया है कि अर्धगोले का व्यास घन के किनारे के बराबर हो। शेष बचे ठोस का पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

हल: - अर्धगोले का व्यास = घन का किनारा = I

$$\therefore$$
 अर्धगोले की त्रिज्या = $\frac{l}{2}$

ठोस का कुल सतह क्षेत्र

= घनाकार ब्लॉक का SA - अर्धगोले के आधार का क्षेत्रफल + अर्धगोले का CSA

$$= 6 \times l^2 - \pi r^2 + 2\pi r^2$$

$$= 6 \times l^2 + \pi r^2$$

$$= 6 \times l^2 + \pi \left(\frac{l}{2}\right)^2$$

$$= 6 \times l^2 + \frac{\pi l^2}{4}$$

$$= l^2 (6 + \frac{\pi}{4})$$

=
$$l^2 \left(\frac{24 + \pi^4}{4} \right)$$
 sq units

 \therefore शेष ठोस का पृष्ठीय क्षेत्रफल $\frac{1}{4}l^2(\pi+24)$ वर्ग इकाई है। Ans.



6. दवा का एक कैप्सूल एक बेलन के आकार का है जिसके दोनों सिरों पर एक-एक अर्धगोला लगा हुआ है। पूरे कैप्सूल की लंबाई 14 mm है और इसका व्यास 5 mm है। इसका पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

हल: - कैप्सूल का व्यास = 5 mm

∴ त्रिज्या =
$$\frac{5}{2}$$
 = 2.5 mm

पूरे कैप्सूल की लंबाई = 14 mm

$$= 14 - (2.5 + 2.5)$$

= 9mm





$$= 2\pi rh + 2 \times 2\pi r^2$$

$$= 2\pi r (h + 2 r)$$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times \frac{5}{2} \times (9 + 2 \times \frac{5}{2})$$

$$=\frac{110}{7}\times(9+5)$$

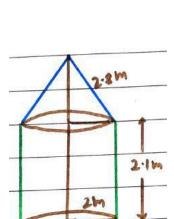
$$=\frac{110}{7} \times 14$$

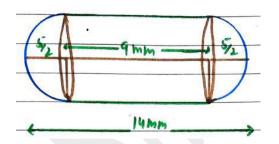
7. कोई तंबू एक बेलन के आकार का है जिस पर एक शंकु अध्यारोपित है। यदि बेलनाकार भाग की ऊंचाई और व्यास क्रमशः 2.1 m और 4 m है, और शंकु की तिरछी ऊंचाई 2.8 m है, तो इस तंबू को बनाने में प्रयुक्त कैनवास का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। साथ ही, 500 रुपये प्रति m² की दर से इसमें प्रयुक्त कैनवस की लागत भी ज्ञात कीजिए।

हल: - बेलनाकार भाग की ऊँचाई = 2.1 m. तंबू के आधार का व्यास = 4 m बेलनाकार तथा शंक्वाकार भाग की त्रिज्या = 2 m शंक्वाकार भाग की तिर्यक ऊँचाई (I) = 2.8 m

तंब् का पृष्ठीय क्षेत्रफल

= शंक्वाकार भाग का SA + बेलनाकार भाग का SA



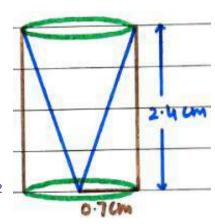


8. एक ठोस बेलन जिसकी ऊँचाई 2.4 cm और व्यास 1.4 cm है, से समान ऊँचाई और समान व्यास का एक शंक्वाकार खोल काट लिया जाता है। शेष बचे ठोस का निकटतम cm² तक पृष्ठीय क्षेत्रफल तक ज्ञात कीजिए।

हल: - बेलन की ऊँचाई = 2.4 cm बेलन का व्यास = 1.4 cm ∴ बेलन की त्रिज्या = 0.7 cm ⇒ शंक्वाकार गुहा की ऊँचाई = 2.4 cm तथा शंक्वाकार गुहा की त्रिज्या = 0.7 cm शंकु की तिर्यक ऊंचाई के लिए, I² = h² + r²

$$= (2.4)^2 + (0.7)^2$$
$$= 5.76 + 0.49$$

= 6 25



शेष ठोस का TSA

= शंक्वाकार खोल का CSA + बेलन का CSA + आधार का क्षेत्रफल

$$= \pi rl + 2\pi rh + \pi r^2$$

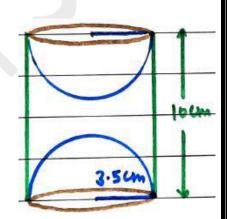
$$= \pi r (1 + 2h + r)$$

$$=\frac{22}{7}\times\frac{7}{10}\times(2.5+4.8+0.7)$$

- $= 2.2 \times 8$
- $= 17.6 \text{ cm}^2$
- = 18 cm² (निकटतम)
- ∴ शेष ठोस का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल 18 cm² है। Ans.
- 9. लकड़ी के एक ठोस बेलन के प्रत्येक सिरे से एक अर्धगोला खोदकर निकालते हुए, एक वस्तु बनाई गई है, जैसा कि चित्र में दिखाया गया है। यदि बेलन की ऊँचाई 10 cm है और इसके आधार की त्रिज्या 3.5 cm है, तो इस वस्तु का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

हल: - बेलन की ऊँचाई (h) = 10cm और बेलन के आधार की त्रिज्या (r) = 3.5 cm or $\frac{7}{2} cm$ अर्धगोले की त्रिज्या (r) = 3.5 cm लेख का आवश्यक कुल सतह क्षेत्र

- = बेलन का LSA + अर्धगोले का 2 × CSA
- $= 2\pi rh + 2 \times 2\pi r^2$
- $= 2 \pi r (h + 2 r)$
- $= 2 \times \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times (10 + 2 \times \frac{7}{2})$
- $= 22 \times (10 + 7)$
- $= 22 \times 17$
- $= 374 \text{ cm}^2$
- ं वस्तु का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल 374 cm² है। Ans.

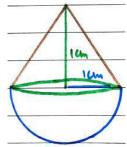


प्रश्नावली 12.2

1. एक ठोस एक अर्धगोले पर खड़े एक शंकु के आकार का है, जिनकी विजयाएँ 1 cm र हैं तथा शंकु की ऊँचाई इसकी विजया के बराबर है। इस ठोस का आयतन π के पदों में ज्ञात कीजिए।

हल: - शंकु के आधार की त्रिज्या (r)= 1 cm अर्धगोले की त्रिज्या (r) = 1 cm तथा शंकु की ऊँचाई (h) = 1 cm

ः ठोस का अभीष्ट आयतन



= शंकु का आयतन + अर्धगोले का आयतन
=
$$\frac{1}{3} \pi r^2 h + \frac{2}{3} \pi r^3$$

= $\frac{1}{3} \pi r^2 (h + 2 r)$
= $\frac{1}{3} \pi \times 1 \times 1 \times (1 + 2 \times 1)$
= $\frac{1}{3} \pi \times (1 + 2)$
= $\frac{1}{3} \pi \times 3$
= $\pi \text{ cm}^3$
 \therefore ठोस का आयतन $\pi \text{ cm}^3$ है। Ans.

2. एक इंजीनियरिंग के छात्र रचेल से एक पतिली एल्यूमीनियम की शीट का प्रयोग करते हुए एक मॉडल बनाने के लिए कहा गया जो एक ऐसे बेलन के आकर का हो जिसके दोनों सिरों पर दो शंकु जुड़े हुए हों। इस मॉडल का व्यास 3 cm है और इसकी लंबाई 12 cm है। यदि प्रत्येक शंकु की ऊँचाई 2 cm हो तो रेचेल द्वारा बनाए गए मॉडल में अंतर्विष्ट हवा का आयतन ज्ञात कीजिए।

2 Cm

8cm

1.5 cm

हल: - मॉडल की लंबाई = 12 cm. शंक्वाकार भाग की ऊँचाई = 2cm बेलनाकार भाग की ऊँचाई = 12cm - 2 cm - 2 cm = 8 cm

मॉडल का व्यास = 3cm

शंकु और बेलन की त्रिज्या = $\frac{3}{2}$ cm

मॉडल का आयतन = बेलन का आयतन + 2 × शंकु का आयतन = $\pi r^2 H + 2 \times \frac{1}{3} \pi r^2 h$ = $\pi r^2 (H + 2 \frac{1}{3} h)$ = $\frac{22}{7} \times \frac{3}{2} \times \frac{3}{2} (8 + 2 \times \frac{1}{3} \times 2)$ = $\frac{99}{14} \times (8 + \frac{4}{3})$ = $\frac{99}{14} \times \frac{28}{3}$

$$= 33 \times 2 \text{ cm}^3$$

= 66 cm³

∴ मॉडल में निहित हवा की मात्रा 66 cm³ है। Ans.

3. एक गुलाब जामुन में उसके आयतन की लगभग 30% तक चीनी की चाशनी होती है। 45 गुलाब जामुनों में लगभग कितनी चाशनी होगी, यदि प्रत्येक गुलाब जामुन एक बेलन के आकार का है, जिसके दोनों सिरे अर्धगोलाकार हैं तथा इसकी लंबाई 5 cm और व्यास 2.8 cm है।

हल: - गुलाब जामुन की लम्बाई = 5 cm जामुन का व्यास = 2.8 cm बेलनाकार तथा गोलाकार भाग की त्रिज्या = 1.4 cm



. बेलनाकार भाग की ऊँचाई = 5 cm - 1.4 cm - 1.4 cm

$$= 2.2 cm$$

एक ग्लाब जाम्न का आयतन

= बेलन का आयतन + अर्धगोले का 2 आयतन

$$= \pi r^2 h + 2 \times \frac{2}{3} \pi r^3$$

$$= \pi r^2 (h + \frac{4}{3} r)$$

$$=\frac{22}{7}\times\frac{14}{10}\times\frac{14}{10}\left(\frac{22}{10}+\frac{4}{3}\times\frac{14}{10}\right)$$

= 22 ×
$$\frac{2}{10}$$
 × $\frac{14}{10}$ × $(\frac{22}{10} + \frac{56}{30})$

$$=\frac{616}{100}\times(\frac{66+56}{30})$$

$$= \frac{616}{100} \times \frac{122}{30} \text{ cm}^3$$

45 गुलाब जामुन का आयतन = $45 \times \frac{616}{100} \times \frac{122}{30} \text{ cm}^3$

चाशनी का आयतन = 45 गुलाब जामून का 30%

= 30% of 45 ×
$$\frac{616}{100}$$
 × $\frac{122}{30}$ cm³

=
$$\frac{30}{100}$$
 × 45 × $\frac{616}{100}$ × $\frac{122}{30}$ cm³

$$= \frac{45 \times 616 \times 122}{10000} \text{ cm}^3$$

$$=\frac{3381840}{10000}$$
 cm³

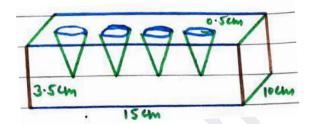
 $= 338.184 \text{ cm}^3$

= 338 cm³ (अनुमानित)

∴ 45 गुलाब जामुन में चाशनी का आयतन 338 cm³ है। Ans.

4. एक कलमदान घनाभ के आकार की एक लकड़ी से बना है जिसमें कलम रखने के लिए चार शंक्वाकार गड़ढे बने हुए हैं। घनाभ की विमाएँ 15 cm x 10 cm x 3.5 cm हैं। प्रत्येक गड़ढे की त्रिज्या 0.5 cm और गहराई 1.4 cm है। पूरे कलमदान में लकड़ी का आयतन ज्ञात कीजिए।

हल: - घनाभ की लम्बाई (I) = 15 cm घनाभ की चौड़ाई (b) = 10cm तथा घनाभ की ऊँचाई (h) = 3.5 cm प्रत्येक शंकु की त्रिज्या (r) = 0.5 cm या $\frac{1}{2}$ cm



और गहराई (r) = 1.4 cm या $\frac{7}{5}$

- : पूरे कलमदान में लकड़ी का आयतन
- = घनाभ का आयतन 4 × एक शंकु का आयतन

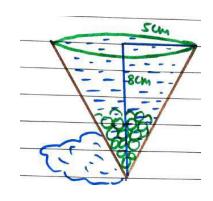
=
$$1 \times b \times h - 4 \times \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

= 15 × 10 ×
$$\frac{35}{10}$$
 - 4 × $\frac{1}{3}$ × $\frac{22}{7}$ × $\frac{1}{2}$ × $\frac{1}{2}$ × $\frac{7}{5}$

$$= 525 - \frac{22}{15}$$

- $= 523.53 \text{ cm}^3$
- ः पूरे कलमदान में लकड़ी का आयतन 523.53 cm³ है। Ans.
- 5. एक बर्तन उल्टे शंकु के आकार का है। इसकी ऊँचाई 8 cm है और इसके उपरी सिरे (जो खुला हुआ है) की त्रिज्या 5 cm है। यह ऊपर तक पानी से भरा हुआ है। जब इस बर्तन में सीसे की गोलियाँ, जिनमें से प्रत्येक 0.5 cm त्रिज्या का एक गोला है, डाली जाती हैं, तो इसमें भरे हुए पानी का एक चौथाई हिस्सा बाहर निकल जाता है। बर्तन में डाली गई सीसे की गोलियों की संख्या जात कीजिए।

हल: - उल्टे शंकु की ऊँचाई (h) = 8 cm बर्तन की त्रिज्या (R) = 5 cm गोले की त्रिज्या (r) = 0.5 cm सीसे की गोलियों की संख्या



=
$$\frac{\frac{1}{4} (शंकु का आयतन)}{ शीश की एक गोली का आयतन }$$
= $\frac{\frac{1}{4} \times \frac{1}{3} \pi R^2 h}{\frac{4}{3} \pi r^3}$
= $\frac{\frac{1}{4} \times \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 5 \times 5 \times 8}{\frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}}$
= $5 \times 5 \times 2 \times 2$
= 100

ं बर्तन में गिराए गई सीसे की गोलियों की संख्या 100 है। Ans.

6. ऊंचाई 220 cm और आधार व्यास 24 cm वाले एक बेलन, जिस पर ऊंचाई 60 cm और त्रिज्या 8 cm वाला एक अन्य बेलन आरोपित है, से लोहे का एक स्तम्भ बना है। इस स्तम्ब का द्रव्यमान ज्ञात कीजिए, जबकि दिया गया है कि 1 cm 3 लोहे का द्रव्यमान लगभग 8 ग्राम है। (π = 3.14 का प्रयोग करें)

हल: - खंभे की ऊंचाई (H)= 220 cm बेलनाकार खंभे के आधार का व्यास = 24 cm बेलनाकार खंभे के आधार की त्रिज्या (R)= 12 cm शीर्षस्थ खंभे की ऊंचाई (h)= 60 cm शीर्षस्थ खंभे की त्रिज्या (r)= 8 cm

ः लोहे के स्तम्भ का आयतन

= बेलन का आयतन + शीर्षस्थ बेलन का आयतन

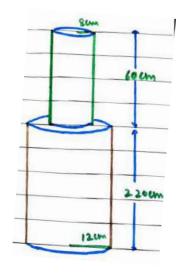
 $= \pi R^2 H + \pi r^2 h$

 $= \pi (R^2H + r^2h)$

 $= \frac{314}{100} (12 \times 12 \times 220 + 8 \times 8 \times 60) \text{ cm}^3$ $= \frac{314}{100} (31680 + 3840) \text{ cm}^3$ $= \frac{314}{100} \times 35520 \text{ cm}^3$

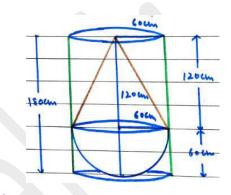
 \therefore स्तम्भ का द्रव्यमान = $\frac{314}{100}$ × 35520 × 8 gm $= \frac{8922624}{10 \times 1000} \text{ kg}$ = 892.26 kg

∴ स्तम्भ का द्रव्यमान 892.26 kg. है। Ans.



7. एक ठोस में, ऊंचाई 120 और त्रिज्या 60 cm वाला एक शंकु सम्मिलित है, जो 60 cm त्रिज्या वाले एक अर्धगोले पर आरोपित है। इस ठोस को पानी से भरे हुए एक लंब वृतीय बेलन में इस प्रकार सीधा ढाल दिया जाता है की यह बेलन की तली को स्पर्श करे। यदि बेलन की त्रिज्या 60 cm तथा ऊँचाई 180 cm है, तो बेलन में शेष बचे पानी का आयतन ज्ञात कीजिए।

हल: - शंक् की ऊँचाई (h) = 120 cm शंक् की त्रिज्या (r) = 60 cm अर्धगोले की त्रिज्या (r) = 60 cm बेलन की त्रिज्या (r) = 60 cm बेलन की ऊँचाई (H) = 180 cm बेलन में बचे पानी का आयतन



= बेलन का आयतन - (शंक् का आयतन + अर्धगोले का आयतन)

$$= \pi r^{2}H - (\frac{1}{3}\pi r^{2}h + \frac{2}{3}\pi r^{3})$$
$$= \pi r^{2}(H - \frac{1}{3}h - \frac{2}{3}r)$$

$$= \pi r^2 (H - \frac{1}{3}h - \frac{2}{3}r)$$

$$= \frac{22}{7} \times 60 \times 60 \times [180 - \frac{1}{3} \times 120 + \frac{2}{3} \times 60]$$

$$=\frac{22}{7} \times 3600 \times [180 - 40 - 40]$$

$$=\frac{22}{7} \times 3600 \times 100$$

$$=\frac{792000}{7}$$

= 1131428.5 cm³

= 1.131 m³ (अनुमानित)

∴ बेलन में बचे पानी का आयतन 1.131 m³ है। Ans.

8. एक गोलाकार कांच के बर्तन की एक बेलन के आकार की गर्दन है जिसकी लंबाई 8 cm है और व्यास 2 cm है जबिक गोलाकार भाग का व्यास 8.5 cm है। इसमें भरे जा सकने पानी की मात्रा को मापकर, एक बचचे ने यह ज्ञात किया कि इसका आयतन 345 cm³ है। जाँच कीजिए कि उस बच्चे का उत्तर सही है या नहीं, यह मानते ह्ए कि उपरोक्त मापन आंतरिक मापन है और π = 3.141

हल: - गर्दन की ऊंचाई (h) = 8 cm गर्दन का व्यास = 2 cm

∴गर्दन की त्रिज्या (r) = 1 cm

गोले का व्यास = 8.5 cm

∴गोले की त्रिज्या (R) = 4.25 cm

कांच के बर्तन का आयतन

= बेलनाकार गर्दन का आयतन + गोले का आयतन

$$= \pi r^2 h + \frac{4}{3} \pi R^3$$

$$=\pi (r^2h + \frac{4}{3}R^3)$$

= 3.14 × (1 × 1 × 8 +
$$\frac{4}{3}$$
 × $\frac{17}{4}$ × $\frac{17}{4}$ × $\frac{17}{4}$)

$$=\frac{314}{100}\times(8+\frac{4913}{48})$$

$$=\frac{314}{100}\times\left(\frac{384+4913}{48}\right)$$

$$= \frac{1663258}{4800}$$

 $= 346.51 \text{ cm}^3$

∴ वह सही नहीं है। सही आयतन है 346.51 cm³ है। Ans.

